Eine neue Formel zur Berechnung von Tripeln mit ganzzahliger Quadratsumme

Bei der Berechnung von Beträgen von Tripel fallen folgende Beispiele auf:

n = 1: $1^2+2^2+2^2=3^2$ also $\sqrt{1+4+4}=3$ bzw. $\left|\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}\right|=3$

$(1^2+2^2)+(1^2\cdot 2^2)=(1\cdot 2+1)^2$

n = 2: $2^2+3^2+6^2=7^2$ also $\sqrt{4+9+36}=7$ bzw. $\left|\begin{pmatrix}2\\3\\6\end{pmatrix}\right|=7$

$(2^2+3^2)+(2^2\cdot 3^2)=(2\cdot 3+1)^2$

n = 3: $3^2+4^2+12^2=13^2$ also $\sqrt{9+16+144}=13$ bzw. $\left|\begin{pmatrix}3\\4\\12\end{pmatrix}\right|=13$

$(3^2+4^2)+(3^2\cdot 4^2)^2=(3\cdot 4+1)^2$

Formel dazu: $n^2+(n+1)^2+[n\cdot(n+1)]^2=[n\cdot(n+1)+1]^2$ bzw. $\left|\begin{pmatrix}n\\n+1\\n\cdot(n+1)\end{pmatrix}\right|=n\cdot(n+1)+1$

oder auch $\underbrace{n^2+(n+1)^2}_{\text{Summe}}+\underbrace{n^2\cdot(n+1)^2}_{\text{Produkt}}=\underbrace{[n\cdot(n+1)+1]}_{\text{Produkt plus 1}}{}^2$ (*)

Merkregel:

In Rot: Quadrat einer natürlichen Zahl plus das Quadrat des Nachfolgers

In Blau: Quadrat einer Zahl mal das Quadrat des Nachfolgers = (Zahl mal Nachfolger) quadriert

In Schwarz: Das Produkt von Zahl und Nachfolger plus 1 wird quadriert.

Beweis

Linke Seite von (*) $=n^2+n^2+2n+1+n^2\cdot(n^2+2n+1)=n^4+2n^3+3n^2+2n+1$

Rechte Seite von (*) $=(n^2+n+1)^2=n^4+n^2+1+2n^3+2n^2+2n=n^4+2n^3+3n^2+2n+1$

Weitere Beispiele:

n = 4: $4^2+5^2+20^2=21^2$ also $\sqrt{16+25+400}=21$ bzw. $\left|\begin{pmatrix}4\\5\\20\end{pmatrix}\right|=21$

n = 5: $5^2+6^2+30^2=31^2$ also $\sqrt{25+36+900}=31$ bzw. $\left|\begin{pmatrix}5\\6\\30\end{pmatrix}\right|=31$

n = 6: $6^2+7^2+42^2=43^2$ also $\sqrt{36+49+1764}=43$ bzw. $\left|\begin{pmatrix}6\\7\\42\end{pmatrix}\right|=43$

n = 19: $19^2+20^2+380^2=381^2$ … bzw. $\left|\begin{pmatrix}19\\20\\380\end{pmatrix}\right|=381$

Außerdem können die Zahlen in der Quadratsumme (die Koordinaten) auch negativ sein.
und natürlich kann man die Koordinaten permutieren.

08. 06. 2026